

TRIK S KARTAMA – POSLJEDNJE 3

Viktor Vuković, XV. gimnazija, Zagreb

Matka 29 (2020./2021.) br. 113

Sigurno ste svi vidjeli trikove s kartama. Vrlo su zanimljivi, a ponekad i izluđuju. Ovdje ćemo kombinatorički objasniti jedan trik. Obično je najlakše objasniti trikove koji uključuju komplicirane operacije s cijelim setom karata jer se otkrivaju očite pravilnosti ako se analizira tijek razvrstavanja. Prvo da objasnim trik: Treba vam set karata za poker (52 karte). Izdvojite 3 karte i zapamtite ih. Nakon toga podijelite preostale karte u 4 seta od po 10 (A), 15 (B), 15 (C) i 9 (D) karata. Složite ih u red tako da set A bude prvi s desne strane, pa zatim redom setove B, C i D. Na set A stavite jednu od odabrane tri karte. Nakon toga nasumično presijecite set B i pokrijte njegovom gornjom polovicom prvu odabranu kartu. Isto napravite i s donjom polovicom seta B: stavite na vrh drugu odabranu kartu, nasumično presijecite set C i pokrijte njegovom gornjom polovicom drugu odabranu kartu. Na preostalu donju polovicu seta C stavite posljednju odabranu kartu i pokrijte cijelim setom D. Sada dobivena 3 seta poslažite jedan na drugi s lijeva na desno, i to tako da lijevi prebacite na srednji, a zatim cijeli srednji na desni. Zatim najgornje 4 karte prebacite na dno. Na kraju podijelite cijeli set jednu po jednu kartu u dva seta od kojih je jedan s otvorenim kartama, a drugi sa zatvorenima, tako da je prva karta otvorena, druga zatvorena, treća otvorena itd... Kada završite, ponavljajte postupak podjele sa zatvorenim setom dok ne preostanu samo 3 zatvorene karte. Pogledajte ih.

Zadatak 1. Napravite trik. Što ste primijetili?

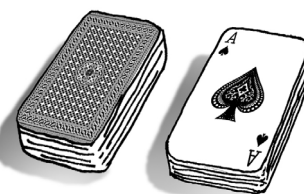
Rješenje: Ako ste sve dobro napravili, posljednje 3 karte su odabrane 3 karte. Možete i ponoviti trik ako ne vjerujete.

Kako se to dogodilo?

U ovom članku odgovorit ćemo na to pitanje. Prvo, ako posljednje razvrstavanje uvijek ostavlja početne 3 karte, možemo pretpostaviti da su prije posljednjeg razvrstavanja (otvoreno-zatvoreno) kartama točno određeni položaji. No ako smo setove od 15 karata nasumično razdijelili, kako je to moguće?

Ukratko, rješenje trika jest da nema trika. Točnije, nema promjene položaja. Najbolji način da analiziramo ovakav trik jest da razvrstavanja prikazemo grafički.

NA POČETKU:





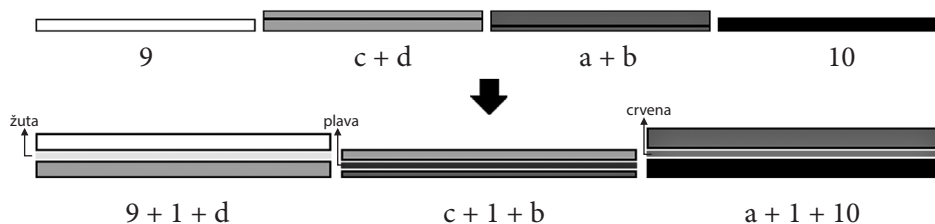
1. RAZVRSTAVANJE:



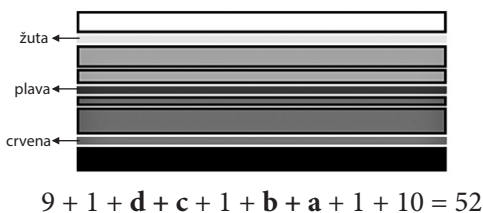
Setove B i C (od po 15 karata) dijelimo svaki na dva dijela, tj. na četiri nasumična dijela. Označimo ih redom s a, b, c i d.

Znamo da je $a + b = c + d = 15$ karata.

2. RAZVRSTAVANJE*:



Na kraju (prije dijeljenja) izgleda ovako:



Sada već vidimo da su položaji najgornje i najdonje karte prije podjele određeni bez obzira na presijecanje: 6. odozgo i 15. odozdo. Sada dolazi trik: možda ste već uočili, ali između prve i druge se nalazi $d + c = 15$, a između druge i treće (sve gledano odozgo) opet $b + a = 15$ karata. U triku smo snopove karata od 15 nasumično razdijelili, ali smo polovice ostavili jednu na drugoj.

Zadatak 2. Odredite položaje odabranih karata gledano odozgo prije prve podjele.

Rješenje: 6., 22. i 38. gledano odozdo.

U ovo se možete i uvjeriti provjeravajući položaj karata tijekom trika. Sada preostaje podjela. Ovdje vidimo da će sve neparne karte biti otvorene, a parne zatvorene (jer uvijek počinjemo s otvorenom). To nam odgovara jer su naše 3 karte parne pa će biti zatvorene u prvoj podjeli.

*Napomena: Pribrojnici ispod slika označavaju broj karata u pojedinom dijelu presloženog seta i zapisani su „odozgo prema dolje”.



Pogledajmo što se događa u drugoj podjeli. S obzirom da je broj karata paran, možemo jednostavno zaključiti da će nakon prve podjele naše karte biti 3., 11. i 19. od ukupno 26 karata. Čini se da to nije dobro, sve bi naše karte bile otvorene (jer su neparne). No, ovdje je napravljena jednostavna pogreška: ako pogledamo podjelu, vidimo da karte s vrha seta idu na dno (set je okrenut naopako). Sada samo trebamo određivati položaje karata prije svake sljedeće podjele gledano odozgo i utvrditi da su parne. Za primjer druge podjele:

Položaj prve karte: $26 \text{ (ukupno karata)} - 3 \text{ (položaj odozdo)} + 1 \text{ (odabrana karta)} = 24$. odozgo

Položaj druge karte: $26 - 11 + 1 = 16$. odozgo

Položaj treće karte: $26 - 19 + 1 = 8$. odozgo

Dobili smo parne brojeve pa će u drugoj podjeli te karte biti zatvorene.



Zadatak 3. Odredite položaj karata prije 3., 4. i 5. podjele (5. podjele nema, to je samo konačan položaj).

Pazite, kada imate neparan broj karata, zatvorenih će biti manje, a otvorenih više (budući da počinjemo s otvorenima).

Rješenje:

3. podjela na početku: 2., 6. i 10. odozgo (od 13 karata).
4. podjela na početku: 2., 4. i 6. odozgo (od 6 karata).
5. podjela – konačan rezultat: 1., 2. i 3. odozgo (3 od 3 karte).

